

# Flüssigkeiten - FLU

Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München – Grundpraktikum für Zahnmediziner  
(1. OKTOBER 2021)

## MOTIVATION UND VERSUCHSZIELE

Die Lehre des Fließ- und Verformungsverhaltens von Materie nennt man *Rheologie*. Für diesen Versuch werden Sie den mikroskopischen Aufbau von Flüssigkeiten untersuchen, um damit ihr Verhalten zu verstehen. Spezifische Fließeigenschaften bestimmen z.B. die Vorgänge im menschlichen Blutkreislauf, die pharmazeutische Entwicklung von Salben und Suspensionen oder die Fließgeschwindigkeit der Lava eines Vulkans und des Magmas im Erdmantel.

## Contents

<b>I. Teilversuche</b>	2
<b>II. Physikalische Grundlagen</b>	2
II.1. Mikroskopisches Bild von Flüssigkeiten	2
II.2. Hydrostatik	2
II.3. Hydrodynamik	3
II.4. Viskosität	4
II.5. Stokesches Gesetz	5
II.6. Hagen-Poiseuillesches Gesetz	6
II.7. Grenzflächen	8
1. Oberflächenspannung	8
2. Kapillarität	9
II.8. Diffusion	10
II.9. Osmose	10
<b>III. Technische Grundlagen</b>	11
III.1. Kugelfallviskosimeter	11
1. Schraubenmikrometer	11
2. Aräometer	12
III.2. Kapillarviskosimeter	13
Wägung	13
III.3. Abreißmethode zur Bestimmung der Oberflächenspannung	13
III.4. Messschieber	13
III.5. Kraftmessung	14
III.6. Osmometer	14
<b>IV. Versuchsdurchführung</b>	14
IV.1. Kugelfallviskosimeter	14
1. <b>Kurzbeschreibung</b>	14
2. <b>Messgrößen</b>	15
3. <b>Durchführung</b>	15
IV.2. Kapillarviskosimeter	15
1. <b>Kurzbeschreibung</b>	15
2. <b>Messgrößen</b>	15
3. <b>Durchführung</b>	15
IV.3. Bestimmung der Oberflächenspannung von Wasser nach der Abreißmethode	16
1. <b>Kurzbeschreibung</b>	16
2. <b>Messgrößen</b>	16
3. <b>Durchführung</b>	16
IV.4. Gefäßdiagnostik mit Ultraschall, Angiologie (freiwillig)	16
1. <b>Kurzbeschreibung</b>	16
2. <b>Messgrößen</b>	16
3. <b>Durchführung</b>	17
IV.5. Osmometer	17
1. <b>Kurzbeschreibung</b>	17
2. <b>Messgrößen</b>	17

3. Durchführung	17
V. Auswertung	17
V.1. Kugelfallviskosimeter	17
V.2. Kapillarviskosimeter	18
V.3. Bestimmung der Oberflächenspannung von Wasser nach der Abreißmethode	18
V.4. Gefäßdiagnostik mit Ultraschall, Angiologie (freiwillig)	18
V.5. Osmometer	18
VI. Anhang	19
VI.1. Datenblatt	19

I. TEILVERSUCHE

1. Kugelfallviskosimeter: Bestimmung der Viskosität von Öl.
2. Kapillarviskosimeter: Bestimmung der Viskosität von Wasser.
3. Abreißmethode: Bestimmung der Oberflächenspannung von Wasser.
4. Gefäßdiagnostik mit Ultraschall, Angiologie (freiwillig).
5. Osmometer: Bestimmung der Permeabilität einer semipermeablen Membran.

II. PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

II.1. Mikroskopisches Bild von Flüssigkeiten

Anders als im Festkörper bewegen sich die Moleküle einer Flüssigkeit oder eines Gases innerhalb ihres Volumens relativ frei und ungeordnet (vgl. Versuch **GAS**). Dies bezeichnet man als *Brownsche Molekularbewegung* oder *thermische Bewegung*, da die Geschwindigkeit der Bewegung der Temperatur der Flüssigkeit bzw. des Gases entspricht. Temperaturerhöhung führt zu einer Verstärkung der Brownschen Molekularbewegung. Gase füllen das vorhandene Volumen eines Behälters vollständig und gleichmäßig aus. Die Form und Oberfläche einer Flüssigkeit hingegen kann sich verändern, während ihr Gesamtvolumen  $V$  dasselbe bleibt.

Zwischen Flüssigkeitsmolekülen wirken elektrische Kräfte, die Moleküle in einem Teilchenverbund zusammenhalten. Die Reichweite dieser Kräfte ist sehr gering, so dass sie nur zwischen benachbarten Teilchen wirken. Man unterscheidet zwischen *Adhäsionskräften*, die zwischen den Flüssigkeitsmolekülen und den Molekülen eines angrenzenden Mediums auftreten, und *Kohäsionskräften*, die zwischen den Molekülen innerhalb einer Flüssigkeit herrschen.

Bei einem bestimmten Abstand  $r_0$  zwischen den Molekülen befinden sich die Moleküle im Kräftegleichgewicht. Aufgrund der thermischen Bewegung bleiben sie allerdings nicht wie bei einem Festkörper an ihrem Platz, sondern bewegen sich innerhalb des Volumens. Vergrößert sich der Abstand zwischen zwei Molekülen, so ziehen sie sich an (Abb. 1).

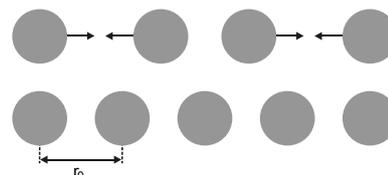


Abb. 1: Anziehende Kräfte zwischen Molekülen an der Oberfläche.

Wenn ein Molekül bewegt wird, bewirkt der vergrößerte Abstand zu den Nachbarmolekülen eine resultierende rüchtreibende Kraft  $F_{res}$ , die es in Richtung seines ursprünglichen Platzes zurückzieht (Abb. 2).

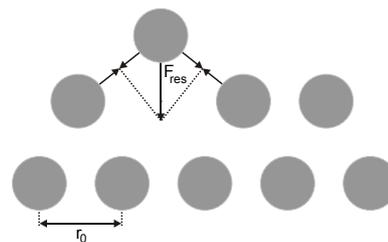


Abb. 2: Rücktreibende Kraft auf ein ausgelenktes Oberflächenmolekül.

Also versuchen alle Moleküle einer Flüssigkeit, den Abstand  $r_0$  zu ihren Nachbarmolekülen einzunehmen, um sich mit ihnen im Kräftegleichgewicht zu befinden. Diese Kräfte sind der Grund für viele Eigenschaften einer Flüssigkeit. Sie treten als Reibungskraft auf, denn wenn sich ein Molekül bewegt, wird es von seinen Nachbarn abgebremst. Sie erschweren es, dass Moleküle die Oberfläche einer Flüssigkeit verlassen. Sollte die thermische Bewegung einzelner Moleküle allerdings zu groß sein, können diese doch den Flüssigkeitsverbund verlassen (hinausdiffundieren). Bei Gasen ist die thermische Bewegung deutlich größer, als dass die wirkenden Kräfte die Moleküle zu einem Flüssigkeitsverbund zusammenhalten könnten.

II.2. Hydrostatik

Wie der Name schon sagt, beschäftigt man sich in der Hydrostatik mit ruhenden Flüssigkeiten. Um die einfachsten Phänomene zu verstehen, braucht man einige physikalische Größen, die die wesentlichen Eigenschaften ruhender Flüssigkeiten beschreiben.

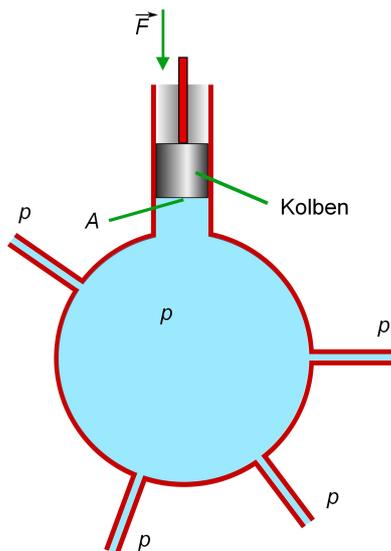


Abb. 3: Zur Definition des Stempeldrucks.

In Abb. 3 wird eine schwerelose Flüssigkeit, die sich in einem Behälter befindet, gezeigt. Eine Kraft  $F$  wirkt senkrecht auf einen Stempel der Fläche  $A$ . Im Behälter baut sich ein Druck auf, der an allen Stellen und in allen Richtungen des Behälters herrscht. Dieser Druck wird *Stempeldruck* genannt:

$$p_{st} = \frac{F}{A}, [p] = \frac{N}{m^2} = Pa \quad (1)$$

Unter Einwirkung des Stempeldrucks wird das Volumen eines Gases reduziert (vgl. Versuch **GAS**), während das Gesamtvolumen der meisten Flüssigkeiten unverändert bleibt. Die Form und Oberfläche der Flüssigkeit passt sich hingegen an die Form des Behälters an.

Wenn sich die Flüssigkeit im Schwerfeld der Erde befindet, ändert sich die Situation. Abb. 4 links stellt eine Flüssigkeit dar, die sich in einem quaderförmigen Behälter mit der Grundfläche  $A$  befindet. Der Quader ist so gestellt, dass die Erdanziehungskraft parallel zu seiner Höhe einwirkt.

Betrachten wir eine horizontale Fläche, die sich in einer Tiefe  $h$  befindet. Auf diese Fläche wirkt die Gewichtskraft  $F = mg$  der Flüssigkeit der Masse  $m$  oberhalb der Fläche. Diese Flüssigkeitssäule ist nochmals separat in Abb. 4 rechts dargestellt. Der Druck  $p_{schw}$ , der in der Tiefe  $h$  herrscht, wird *Schweredruck* oder *hydrostatischer Druck* genannt:

$$p_{schw} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \quad (2)$$

Um diese Formel weiter zu vereinfachen, wird der Begriff „Dichte“  $\rho$  (griech. „Rho“) benötigt:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (3)$$

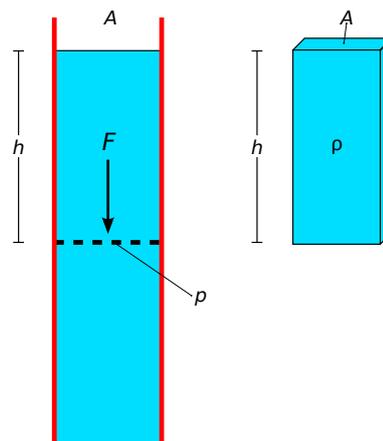


Abb. 4: Zur Definition des Schweredrucks.

mit dem Volumen  $V = A \cdot h$  der Flüssigkeit oberhalb der betrachteten Flüssigkeitsfläche. Das Einsetzen von  $m = \rho \cdot V$  aus Gl. 3 und  $V = A \cdot h$  in Gl. 2 führt zu dem am häufigsten verwendeten Ausdruck für  $p_{schw}$ , nämlich

$$p_{schw} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot g \cdot h \quad (4)$$

Hier sieht man, dass der Schweredruck linear mit der Tiefe  $h$  zunimmt.

Der Schweredruck an einem Punkt hängt insbesondere nur von der Höhe der Flüssigkeit über diesem Punkt ab, er ist unabhängig von der Form und insbesondere von der Breite dieser Flüssigkeitssäule über dem Punkt. Dies beschreibt das sog. „Hydrostatische Paradoxon“. Der Schweredruck in 10 cm Tiefe in einem Ozean ist derselbe wie am Grund eines 10 cm hoch gefüllten Wasserglases.

**Rechenaufgabe 1:** Ein Mensch ist  $h = 180$  cm groß, sein Blut hat die gleiche Dichte wie Wasser, nämlich  $\rho_W = 1,0$  g/cm<sup>3</sup>. Berechnen Sie den Schweredruck in den Blutgefäßen im Fuß dieses stehenden Menschen.

### II.3. Hydrodynamik

Die Hydrodynamik beschäftigt sich mit der Physik fließender Flüssigkeiten. Um dieses Phänomen quantitativ zu modellieren, unterteilt man die Flüssigkeit in einzelne sehr dünne Schichten, die parallel zur Bewegungsrichtung liegen. Diese gleiten in der Flüssigkeit aneinander entlang. Wenn sie sich dabei gegenseitig nicht vermischen, spricht man von *laminarer Strömung*. Entstehen Wirbel in der Flüssigkeit, nennt man die Strömung *turbulent*. Dann sind die folgenden Überlegungen nur eingeschränkt gültig.

Wenn das makroskopische Bild zu jedem Zeitpunkt dasselbe ist, spricht man von *stationärer Strömung*. Ein Beispiel für stationäre, laminare Strömung *ohne Reibung* ist in Abb. 5 gezeigt. Die Bahnen der Flüssigkeitspartikel, sog. Stromlinien sind auch dargestellt. Man sieht, dass die Strömung laminar ist, weil keine Wirbel

(Turbulenzen) vorhanden sind.

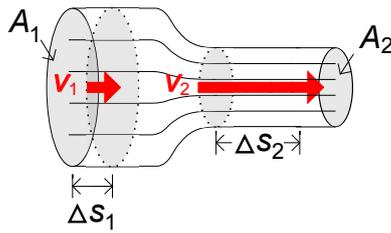


Abb. 5: Laminare Strömung bei Veränderung der Querschnittsfläche.

In Abb. 5 findet die Strömung in einem zylindrischen Rohrsystem statt. Auf der linken Seite fließt ein Fluid (Flüssigkeit oder Gas) mit der Dichte  $\rho_1$  und Geschwindigkeit  $v_1$  in ein Rohr mit Querschnitt  $A_1$  hinein und auf der rechten Seite fließt das Fluid mit der Dichte  $\rho_2$  und Geschwindigkeit  $v_2$  durch ein Rohr mit Querschnitt  $A_2$  heraus. Ein *Massenstrom*  $J$  beschreibt, wieviel Masse  $\Delta m$  der Flüssigkeit pro Zeiteinheit  $\Delta t$  durch einen Rohrquerschnitt fließt:

$$J = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} = \rho I_V \quad (5)$$

$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}$  ist die *Volumenstromstärke*. Damit ist der Massenstrom durch die Fläche  $A_1$

$$J_1 = \rho_1 \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \rho_1 \frac{A_1 \cdot \Delta s_1}{\Delta t} = \rho_1 \cdot A_1 \frac{\Delta s_1}{\Delta t} = \rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1$$

. Der Massenstrom durch die Fläche  $A_2$  ist entsprechend

$$J_2 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2.$$

Die *Kontinuitätsgleichung* besagt, dass die Masse, die in ein System hineingeflossen ist, auch herausfließen muss, bzw. dass dabei nichts verloren geht:

$$J_1 = J_2 = J = \text{konst.} \quad \text{oder } J = \rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2 = \text{konst.} \quad (6)$$

Da eine Flüssigkeit auch unter Druck ihr Volumen praktisch nicht ändert (die Dichte  $\rho$  konstant ist), heißt sie *inkompressibel*. Die Kontinuitätsgleichung vereinfacht sich für Flüssigkeiten zu

$$\frac{J_1}{\rho} = \frac{J_2}{\rho} = \frac{J}{\rho} = I_V = \text{konst.} \quad \text{oder } I_V = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \text{konst.} \quad (7)$$

Wird hier die Querschnittsfläche des Rohrs kleiner, muss die Strömungsgeschwindigkeit größer werden.

Man rechnet bei Flüssigkeiten statt mit dem Massenstrom gerne mit der Volumenstromstärke (vgl. 5).

Wenn der Volumenstrom  $I_V$  bekannt ist, kann die Geschwindigkeit der Flüssigkeit durch einen Querschnitt

$A$  mit Gl. 7 bestimmt werden:

$$v = \frac{I_V}{A} \quad (8)$$

Reale viskose Flüssigkeiten haben an unterschiedlichen Stellen im Rohr unterschiedliche Geschwindigkeiten; insbesondere ist am Rohrrand die Geschwindigkeit allein durch die Adhäsion kleiner als in der Rohrmitte. Trotzdem kann man Gl. 8 verwenden, um eine mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$  des Fluids durch einen beliebigen Querschnitt zu berechnen:

$$\bar{v} = \frac{I_V}{A}. \quad (9)$$

**Rechenaufgabe 2:** Beim Menschen fließt das Blut vom linken Ventrikel durch die Aorta und von dort in die großen Arterien, die zu den verschiedenen Organen abzweigen. Diese verzweigen sich immer weiter und am Ende wird die Blutversorgung der Gewebe von sehr, sehr vielen kleinen Kapillaren gewährleistet. Von den Kapillaren gelangt das Blut in die Venolen, die sich zu kleinen Venen zusammenschließen. Die kleinen Venen vereinigen sich zu größeren Venen und zum Schluß erreicht das Blut den rechten Vorhof. Die Aorta hat einen Radius von  $r_A = 1,1$  cm und das Blut fließt mit einer Geschwindigkeit von  $v_A = 20$  cm/s hindurch. Die Kapillaren haben typischerweise einen Radius von  $r_K = 6 \cdot 10^{-4}$  cm und das Blut fließt mit einer Geschwindigkeit von  $v_K = 3 \cdot 10^{-2}$  cm/s hindurch. Bestimmen Sie mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung, wie groß die gesamte Querschnittsfläche  $A_K$  aller Kapillaren ist. Berechnen Sie ungefähr die Zahl  $N_K$  der Kapillaren im Körper.

## II.4. Viskosität

Die Anziehungskräfte zwischen Flüssigkeitsmolekülen machen sich als innere Reibungskräfte bemerkbar: Sie bremsen die Molekülbewegungen bei einer strömenden Flüssigkeit ab. Deshalb gleiten die Flüssigkeitsschichten reibend aneinander entlang.

Abb. 6 zeigt als Modell drei Molekülschichten im Abstand  $\Delta x$  voneinander, die wie Platten nebeneinander liegen. Wenn sich die Schichten relativ zueinander nicht bewegen, tritt keine Reibung zwischen den Molekülen auf (Abb. 6a). Beschleunigt man die mittlere Platte um  $\Delta v$ , muss man mit einer Kraft ziehen, deren Betrag der inneren Reibungskraft  $F$  entspricht. Dabei ist die Relativgeschwindigkeit zwischen den Platten entscheidend. Je größer  $\Delta v$  (Abb. 6b) pro Abstand  $\Delta x$  ist, desto größer ist die Kraft  $F$ . Außerdem ist diese Kraft proportional zur Fläche  $A$  der aneinander vorbeigleitenden Schichten.

Die bremsende Kraft  $F$  lässt sich also durch folgenden Zusammenhang beschreiben:

$$F \propto A \frac{\Delta v}{\Delta x}.$$

Um das Proportionalitätszeichen  $\propto$  durch ein Gleichheitszeichen ersetzen zu können, führt man eine dimensionsbehaftete Konstante, die sogenannte (dynamische)

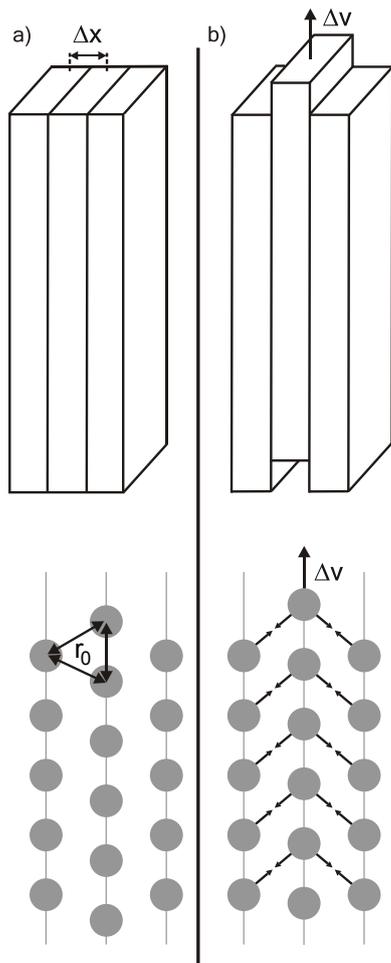


Abb. 6: Bewegte Molekülschicht und wirkende Kräfte zwischen ihr und den beiden Nachbarschichten.

Viskosität  $\eta$  (griech. „Eta“) der Flüssigkeit, ein:

$$F = \eta \cdot A \frac{\Delta v}{\Delta x} \tag{10}$$

Die Einheit  $[\eta]$  dieser Konstanten (Pascalsekunde) ergibt sich aus den restlichen Einheiten auf beiden Seiten der Gleichung:

$$N = [\eta] \cdot m^2 \cdot \frac{m/s}{m} = [\eta] \cdot \frac{m^2}{s}$$

$$\Rightarrow [\eta] = N \cdot \frac{s}{m^2} = \frac{N}{m^2} \cdot s = Pa \cdot s \quad (\text{Pascalsekunde})$$

Die Viskosität ist charakteristisch für die jeweilige Flüssigkeit und ein Maß für ihre Zähigkeit. Wenn  $\eta$  unabhängig von der Fließgeschwindigkeit  $v$  ist, spricht man von einer *Newtonschen Flüssigkeit* und bezeichnet Gl. (10) als *Newtonsches Reibungsgesetz*. Die meisten reinen Flüssigkeiten sind Newtonsch, z.B. Wasser (im Versuch wird nur mit Newtonschen Flüssigkeiten gearbeitet).

Aufgrund der thermischen Bewegung der Moleküle nimmt die Viskosität von Flüssigkeiten mit steigender Temperatur  $T$  stark ab (siehe Tab. I und Abb. 29).

Beispiele:

Honig oder Öl sind zähflüssiger als Wasser, aber dieses Verhältnis quantitativ anzugeben, fällt schwer. Und die wenigsten würden erwarten, dass – wie man aus den Versuchen sehen wird – Öl um den Faktor 1000 viskoser als Wasser ist. Im Alltag erlebt man Unterschiede in der Zähigkeit beim Ausgießen von Flüssigkeiten, dem Ausdrücken von Tuben oder beim Fließen von Flüssigkeiten durch ein Rohr.

Glas wird oft für einen Festkörper gehalten, strukturell entspricht es aber einer Flüssigkeit mit sehr hoher Viskosität, da sich die für einen Festkörper notwendige Kristallstruktur nicht ausbildet. Die Viskosität von Kieselglas ist bei 400° C ca. 10<sup>12</sup>-mal so groß wie die von Wasser bei 20° C. Die größten Linsen für Teleskope, die je gebaut wurden, haben ca. einen Meter Durchmesser. Aufgrund der Schwerkraft beginnt eine so große Linse, sich fließend zu verformen und bildet deshalb nicht mehr richtig ab. Heutzutage verwendet man daher Spiegelteleskope.

Die Temperaturabhängigkeit machen sich auch Glasbläser zunutze: Sie erhitzen Glas und erniedrigen damit dessen Viskosität, um es leichter verformen zu können.

### II.5. Stokessches Gesetz

Bewegt sich ein Körper in einer Flüssigkeit oder einem Gas, wird er durch Wechselwirkung mit den Molekülen des Mediums abgebremst. Ist dieser Körper eine kleine Kugel, die sich relativ langsam in einer Flüssigkeit bewegt, so entstehen wie bei laminarer Strömung keine Verwirbelungen. Dabei ist wichtig, dass die Flüssigkeit weit ausgedehnt ist, es also keine Beeinflussung durch eine Gefäßwand in der Nähe der Kugel gibt. Unter diesen Bedingungen gibt das *Stokessche Gesetz* die Reibungskraft  $F_r$  an, die auf eine Kugel mit dem Radius  $r$  ausgeübt wird, wenn sie sich mit der Geschwindigkeit  $v$  in einer Flüssigkeit mit der Viskosität  $\eta$  bewegt

$$F_r = -6\pi r \eta v \tag{11}$$

Abb. 7 zeigt eine Kugel, die in einer Flüssigkeit aufgrund der Schwerkraft  $F_g$  sinkt. Sie wird durch die Auftriebskraft  $F_a$  und die Stokessche Reibungskraft gebremst.

Deshalb erreicht die Kugel nach einer Beschleunigungsphase eine konstante Endgeschwindigkeit, aus der sich die Viskosität wie folgt berechnen lässt.

Mit der Masse  $m$ , die sich aus der Dichte  $\rho$  und dem Kugelvolumen  $V$  berechnet:

$$m = V \cdot \rho = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho$$

ist die auf die Kugel (K) wirkende Schwerkraft

$$F_g = m_{Kg} = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho_K \cdot g \tag{12}$$

Nach dem *Archimedischen Prinzip* ist der Auftrieb (die Auftriebskraft) bis auf das Vorzeichen gleich der Ge-

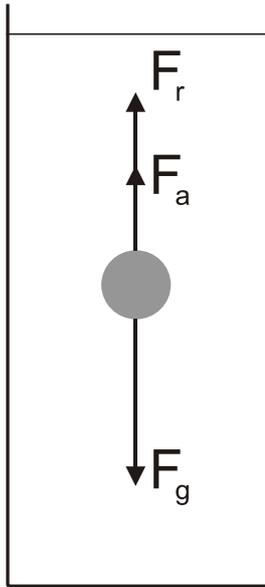


Abb. 7: Sinkende Kugel in viskoser Flüssigkeit und die an ihr angreifenden Kräfte: Schwerkraft  $F_g$ , Auftrieb  $F_a$  und Stokesche Reibung  $F_r$ .

wichtskraft der verdrängten Flüssigkeit ( $F_l$ ):

$$F_a = -m_{F1}g = -\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_{F1} \cdot g . \quad (13)$$

Besonders interessante Erfahrungen mit der Auftriebskraft kann man im Toten Meer sammeln. Wegen der größeren Dichte des Salzwassers im Vergleich zum Süßwasser ( $\rho_{\text{SalzW}} > \rho_{\text{W}}$ ), erfährt man eine starke Auftriebskraft, die das Sinken menschlicher Körper ( $\rho_{\text{SalzW}} > \rho_{\text{Mensch}}$ ) im Wasser des Toten Meeres verhindert und das übliche Schwimmverhalten stark verändert. Die Vorzeichen in Gl. (13) lassen erkennen, dass Reibungs- und Auftriebskraft nach oben wirken, während die Schwerkraft nach unten wirkt. Die beiden letzteren Kräfte sind konstant, während die Reibungskraft mit zunehmender Geschwindigkeit  $v$  größer wird.

Nach relativ kurzer Zeit ist die Summe von Auftriebs- und Reibungskraft betragsmäßig gleich der Gewichtskraft, es herrscht Kräftegleichgewicht bzw. alle Kräfte addieren sich zu Null:  $F_g + F_a + F_r = 0$ . Newtons 1. Gesetz besagt: „Die Summe aller Kräfte auf einen Körper (die Kugel) ist genau dann gleich null, wenn er sich mit konstanter Geschwindigkeit fortbewegt oder in Ruhe bleibt.“ Die Kugel fällt also mit konstanter Geschwindigkeit, wenn gilt (vgl. Gl. (13)):

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_K g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{F1} g - 6\pi r \eta v = 0$$

Und Auflösen nach  $\eta$  ergibt

$$\eta = \frac{2gr^2}{9v} (\rho_K - \rho_{F1}) = \frac{2gr^2}{9v} \Delta\rho . \quad (14)$$

Als Sedimentation bezeichnet man das Absetzen von festen Teilchen aus Flüssigkeiten unter dem Einfluss einer äußeren Kraft. Bei der Sedimentationsanalyse werden Teilchen

unterschiedlicher Dichte voneinander getrennt, z.B. bei der Blutsenkung Erythrozyten vom Blutplasma, oder es werden aus der Sedimentationsgeschwindigkeit Rückschlüsse auf die Größe der sinkenden Körper gezogen. Da Moleküle und kleine Körper sehr langsam sinken, ersetzt man die Schwerkraft durch die Zentrifugalkraft. Eine Ultrazentrifuge kann die Sedimentationsgeschwindigkeit um das  $10^6$ -fache steigern. Bei einem Fallschirmsprung kann das Stokesche Gesetz zwar nicht mehr zur exakten Beschreibung verwendet werden, qualitativ ist aber der Fall in der Luft sehr ähnlich. Da die Luftreibung mit zunehmender Geschwindigkeit immer größer wird, kann man im freien Fall höchstens ca. 200 km/h und mit geöffnetem Schirm ca. 10 km/h erreichen.

### II.6. Hagen-Poiseuillesches Gesetz

Die Volumenstromstärke  $I_V$  (vgl. Gl. 5) beschreibt, wieviel Flüssigkeitsvolumen  $\Delta V$  pro Zeiteinheit  $\Delta t$  durch einen Rohrquerschnitt fließt:

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (15)$$

Von welchen physikalischen Größen die Volumenstromstärke beim Fluss durch ein Rohr abhängt, wird anhand von Abb. 8 veranschaulicht:

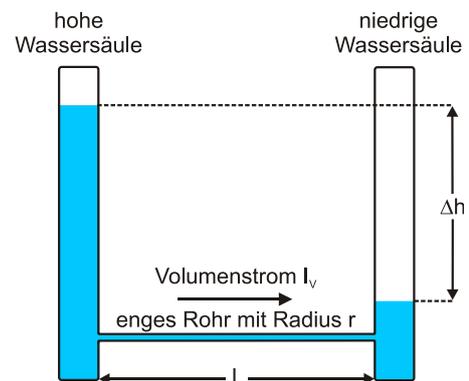


Abb. 8: Zum Hagen-Poiseuilleschen Gesetz.

Eine hohe und eine niedrige Wassersäule sind über ein enges Rohr mit Radius  $r$  und Länge  $L$  verbunden. Jede Wassersäule der Höhe  $h$  übt die Gewichtskraft  $mg$  auf die Flüssigkeit der Fläche  $A$ , die sich unterhalb dieser Wassersäule befindet, aus. Diese Kraft führt zum Aufbau des Schweredrucks  $p_{\text{schw}} = mg/A$ . Die unterschiedlich hohen Wasserpegel in den Säulen bewirken einen hydrostatischen Druckunterschied. Um diesen Unterschied auszugleichen, fließt Wasser durch das enge Rohr von links nach rechts. Physikalisch ausgedrückt ergibt sich ein Volumenstrom durch das Rohr.

Dieser wird durch das Hagen-Poiseuillesche Gesetz, das der deutsche Ingenieur Hagen (1839) und der französische Arzt Poiseuille (1840) in einer Untersuchung über den Blutkreislauf unabhängig voneinander aufstellten:

$$I_V = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{r^4}{\eta L} \cdot \Delta p \quad (16)$$

Zu Erklärung und zum Verständnis dieses Gesetz helfen folgende Gedanken:

- Zwischen den Enden des Rohres sind Höhenunterschied  $\Delta h$  und Druckunterschied  $\Delta p$  zueinander proportional:

$$\Delta p = \frac{\Delta m_{F1} g}{A} = \frac{\Delta V \rho_{F1} g}{A} = \frac{\Delta h A \rho_{F1} g}{A} = \Delta h \rho_{F1} g \quad (17)$$

( $A$  = Querschnittsfläche der Wassersäule(n),  $\rho_{F1}$  = Dichte der Flüssigkeit,  $\Delta m_{F1}$  = durchgeflossene Wassermasse).

- Je größer  $\Delta p$  ist, desto größer ist das Ausgleichsbestreben und damit die Volumenstromstärke, es gilt  $I_V \propto \Delta p$ .
- Der Volumenstrom  $I_V$  hängt auch von der Flüssigkeit selbst ab. Er ist umso niedriger, je viskoser – also zähflüssiger – die Flüssigkeit ist:  $I_V \propto 1/\eta$ .
- Alle weiteren Abhängigkeiten liegen in dem dünnen zylindrischen Rohr, der *Kapillare*, begründet. Bei sehr großem Querschnitt und geringer Länge würde der Ausgleich zwischen den Wassersäulen sofort geschehen. Das lange dünne Rohr erschwert den Volumenaustausch. Während der Volumenstromstärke  $I_V$  und die Rohrlänge  $L$  zueinander umgekehrt proportional sind, steigt die  $I_V$  mit  $r^4$ . Bei Verengungen nimmt also  $I_V$  sehr stark ab: Halbiert man  $r$ , so benötigt man für dasselbe  $I_V$  den 16-fachen Druckunterschied!

Die formale Herleitung liefert einen zusätzlichen Faktor  $\pi/8$ .

Mit Hilfe der Gl. 9 kann die mittlere Geschwindigkeit der Flüssigkeit durch eine zylindrische Kapillare mit Radius  $r$  berechnet werden:

$$\bar{v} = \frac{I_V}{A} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{r^4}{\eta L} \cdot \Delta p \cdot \frac{1}{\pi r^2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{r^2}{\eta L} \cdot \Delta p \quad (18)$$

Das Hagen-Poiseuillesche Gesetz gilt nur unter den folgenden fünf Idealbedingungen:

1. Es handelt sich um eine stationäre Strömung, d.h. die Teilchen bewegen sich auf Stromlinien, die sich nicht mit der Zeit ändern.
2. An der Rohrwand soll  $v = 0$  sein. Es wird nur die Reibung der inneren Flüssigkeitsschichten berücksichtigt und vereinfachend davon ausgegangen, dass die äußerste Flüssigkeitsschicht an der Rohrwand haftet.
3. Es handelt sich um eine Newtonsche Flüssigkeit und insbesondere ist  $\eta$  konstant. Die Viskosität soll sich nicht mit der Volumenstromstärke bzw. der Fließgeschwindigkeit ändern.
4. Das fließende Medium soll inkompressibel sein, also gleichbleibende Dichte bei jedem Druck haben. Dies ist für Flüssigkeiten meist gültig, für Gase aber nicht!

5. Es soll laminare Strömung vorliegen, d.h. es sollen keine Verwirbelungen auftreten, die bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten entstehen würden. Dafür ist eine lange, dünne Kapillare notwendig.

Im entsprechenden Teilversuch sind alle diese Bedingungen verwirklicht. Aber selbst wenn nicht alle Bedingungen vollständig erfüllt sind, dient das Hagen-Poiseuillesche Gesetz oftmals als sinnvolle Näherung.

*Beispiele:*

*Das Blut in kleinen Körpergefäßen fließt laminar, was die Herzarbeit gering hält. Arteriosklerotische Veränderungen verengen den Gefäßquerschnitt (Radius hoch 4!), wodurch das Blut im Engpass schneller strömen muss. Dort schlägt die laminare Strömung in eine turbulente Strömung um, was den Blutstrom stark behindert. Daher fällt der Druck hinter der Engstelle stark ab, wodurch die dahinter liegenden Organe schlechter mit Blut versorgt werden.*

*Die Tatsache, dass die Durchflussmenge stark vom Radius abhängt, nutzt der Körper aus: Mit kleinen Änderungen des Kapillardurchmessers steuert er die Durchblutung und damit auch den Wärmeverlust. Bei Kälte ziehen sich die Blutgefäße ein wenig zusammen und senken so die Wärmeabgabe, denn weniger Blut gibt weniger Wärme ab. Große Gefahr besteht allerdings bei hohem Alkoholkonsum im Winter. Alkohol weitet die Blutgefäße, weshalb ein Betrunkenener in einer kalten Winternacht sehr schnell erfrieren kann.*

Am Hagen-Poiseuillesches Gesetz lässt sich die Analogie zwischen den Strömungen von Elektrizität und Flüssigkeiten zeigen. Als *Strömungswiderstand*  $R_V$  definiert man

$$R_V = \frac{\Delta p}{I_V} = \frac{8\eta L}{\pi r^4} \quad \text{analog zu} \quad R = \frac{U}{I} .$$

Bei laminarer Strömung ist  $R_V$  konstant und entspricht formal dem Ohmschen Widerstand; der Volumenstrom entspricht der elektrischen Stromstärke und der Druckunterschied der Spannung. In hintereinandergesetzten Rohren mit beliebigen Radien ist die Volumenstromstärke gleich groß und der Gesamtströmungswiderstand ist  $R_{V,ges} = R_{V,1} + R_{V,2}$ . Schaltet man dagegen zwei Rohre parallel, so addieren sich die Volumenstromstärken  $I_{V,ges} = I_{V,1} + I_{V,2}$ . Den Widerstand erhält man aus  $1/R_{V,ges} = 1/R_{V,1} + 1/R_{V,2}$ . Diese Analogie zum elektrischen Strom erleichtert die Rechnungen in der Praxis sehr. Parallel angeordnete Blutgefäße (Kapillarisation) begünstigen die Durchblutung, der Gesamtströmungswiderstand nimmt ab.

II.7. Grenzflächen

1. Oberflächenspannung

Die Oberfläche einer Flüssigkeit ist bestrebt, so klein wie möglich zu sein.<sup>1</sup> Dieses Phänomen wird wieder durch die zwischenmolekularen Kräfte erklärt. An der Oberfläche einer Flüssigkeit gelingt es vereinzelt Molekülen aufgrund der thermischen Bewegung, diese zu verlassen, wodurch die Dichte in der Randschicht der Flüssigkeit absinkt (Abb. 9). Dadurch wird der Abstand

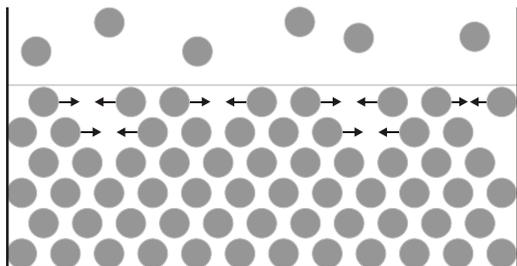


Abb. 9: Anziehende Kräfte parallel zur Oberfläche in der ausgedünnten Schicht an einer Flüssigkeitsoberfläche.

zwischen einzelnen Molekülen größer als  $r_0$  und sie beginnen, sich gegenseitig anzuziehen. Diese Anziehungskräfte setzen die Oberfläche wie eine Gummihaut tangential unter Spannung (vgl. dazu Abb. 1 u. 2 auf Seite 2). Würde man die Haut auf der Länge  $l$  aufschneiden, bräuchte man eine Kraft  $F_O$ , um den Schnitt zusammen zu halten. Über diese Kraft  $F_O$  definiert man die *Oberflächenspannung*  $\sigma$  als Kraft pro Länge:

$$\sigma = \frac{F_O}{l} \quad \text{mit} \quad [\sigma] = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}}. \quad (19)$$

Wie sich  $\sigma$  durch eine Oberflächenvergrößerung exper-

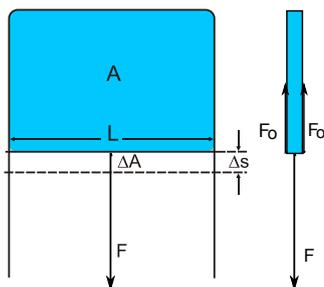


Abb. 10: Experimentelle Bestimmung der Oberflächenspannung. Links: Frontansicht, rechts: Seitenansicht.

imentell bestimmen lässt, zeigt Abb. 10. Eine Flüssigkeitslamelle wird von einem U-förmig gebogenen Draht und einem Drahtbügel der Länge  $L$  begrenzt. Indem man den Drahtbügel um die Strecke  $\Delta s$  mit der Kraft  $F$  gegen die zwischenmolekularen Kräfte nach unten zieht,

vergrößert man die Flüssigkeitsoberfläche. Laut der Definition der Oberflächenspannung (Gl. 19) ist

$$\sigma = \frac{F_O}{L}. \quad (20)$$

Im Gegensatz zur Kraft  $F_O$ , die von den zwischenmolekularen Kräften hervorgerufen wird, kann die Kraft  $F$ , die von außen direkt am Bügel ausgeübt wird, direkt gemessen werden. Abb. 10 rechts zeigt, dass  $F_O$  an beiden Oberflächen links und rechts auftritt. Die Kraft  $F$  überwindet also  $2 \cdot F_O$ , um die Fläche der Lamelle zu vergrößern. Wenn die Vergrößerung sehr langsam und mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit stattfindet, ist  $F = 2 \cdot F_O$ . Das Auflösen nach  $F_O$  und das Einsetzen in Gl. 20 führt zu:

$$\sigma = \frac{F}{2 \cdot L}. \quad (21)$$

Dabei wird die Arbeit  $W = F \cdot \Delta s$  verrichtet. Ersetzt man  $F$  durch  $2 \cdot L \cdot \sigma$  aus Gl. 21 erhält man für  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{W}{2 \cdot L \cdot \Delta s} = \frac{W}{2 \cdot \Delta A} \quad \text{mit} \quad [\sigma] = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}^2}. \quad (22)$$

Die Oberflächenspannung ist also Arbeit pro Fläche. Der Faktor 2 in Gl. 22 resultiert aus der Tatsache, dass die Flüssigkeitslamelle zwei Oberflächen besitzt. Die Kraft greift an zwei Rändern der Lamelle an und es wird die vordere und die hintere Flüssigkeitsoberfläche um insgesamt  $2 \cdot \Delta A$  vergrößert.

*Beispiele:*  
Die Vergrößerung einer Oberfläche erfordert Arbeit. Da die Kugel der geometrische Körper mit der kleinsten Oberfläche bei vorgegebenem Volumen ist, bilden sich Tropfen (fast) kugelförmig.

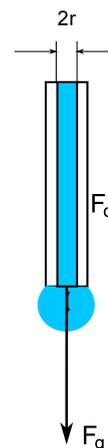


Abb. 11: Bildung eines Tröpfchens am Ende einer mit Flüssigkeit gefüllten Kapillare.

Dieser Effekt wird benutzt, um flüssige Medikamente zu dosieren (siehe Abb. 11). In einer zylindrischen Kapillare mit dem Innenradius  $r$  befindet sich eine Flüssigkeit mit der Dichte  $\rho$  und der Oberflächenspannung  $\sigma$ . Das Röhrchen steht senkrecht. Man erwartet, dass unter der Einwirkung der nach unten gerichteten Gewichtskraft  $F_g = m_{\text{tr}}g = \rho V_{\text{tr}}g$  die Flüssigkeit nach unten abfließt. Die Beobachtung zeigt

<sup>1</sup> Hier und im Folgenden bezeichnet die Oberfläche die Grenzfläche Luft/Flüssigkeit.

aber, dass sich zuerst ein Tröpfchen bildet, das so lange an der Kapillare hängen bleibt, bis die Gewichtskraft groß genug wird, das Tröpfchen abzulösen. Die Frage ist, welche Kraft muss dabei überwunden werden? Außer der Gewichtskraft am Tröpfchen wirkt die nach oben gerichtete Kraft, die durch die Oberflächenspannung verursacht wird. Diese Kraft ist  $F_O = \sigma \cdot L$ , wobei  $L = 2\pi r$  der Umfang der kreisförmigen Öffnung der Kapillare ist (siehe Gl. 20). Kurz vor Ablösung des Tröpfchens sind beide Kräfte im Gleichgewicht. Das Gleichsetzen der beiden Kräfte und das Auflösen nach dem Volumen des Tröpfchens  $V_{tr}$  führt zum Endergebnis  $V_{tr} = \frac{2\pi r \sigma}{\rho g}$ . Das Volumen des Tröpfchens wird nur vom Radius der Kapillare und von den Flüssigkeitseigenschaften wie Oberflächenspannung und Dichte bestimmt.

Besonders wichtig ist die Oberflächenspannung im Zusammenhang mit der Atmung. Die Atemluft wird im Nasen-Rachen-Raum und in den Bronchien nicht nur erwärmt, sondern auch befeuchtet; sie muss mit Wasser gesättigt sein (siehe Versuch GAS), um die Alveolen vor Kollaps zu schützen. Nach dem Gesetz von Laplace ist der Druck in einer Alveole

$$p = \frac{2\sigma}{r} \tag{23}$$

mit der Oberflächenspannung  $\sigma$  und dem Alveolenradius  $r$ . Falls die Oberflächenspannung unabhängig vom Radius ist, ist der Druck in den kleinen Alveolen größer als in den großen Alveolen. Die kleinen Alveolen entleeren sich in die größeren und kollabieren. Da aber die Innenfläche der Alveolen mit einer Flüssigkeit („Surfactant“) bedeckt ist, reduziert diese Flüssigkeit die Oberflächenspannung und erleichtert unter anderem die Atmung. Wenn eine Alveole sich ausdehnt, reicht die Surfactant-Substanz nicht mehr aus, um die ganze Innenfläche zu bedecken. Dann werden die freien Bereiche durch den hohen Wasserpartialdruck sofort mit einem Wasserfilm aus der Lungenatmosphäre bedeckt. Der Wasserfilm hat eine höhere Oberflächenspannung als die Surfactant-Substanz. Das führt nach Gl. 23 zum Druckanstieg in den sich ausdehnenden Alveolen und verhindert das Kollabieren der kleineren Alveolen.

Ein weiteres Beispiel aus der Natur sind die Wasserläufer: Wenn ein Körper in Wasser eintaucht, wird die Wasseroberfläche vergrößert. Jedoch reicht das Gewicht eines Wasserläufers nicht aus, die Oberflächenspannung zu überwinden – deshalb kann er auf dem Wasser laufen.

2. Kapillarität

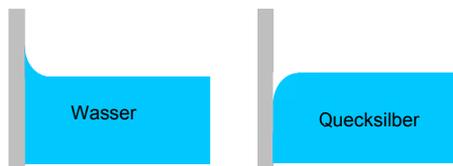


Abb. 12: Von einer Flüssigkeit benetzte (links) und nicht benetzte (rechts) Gefäßwand.

An der Grenzfläche einer Flüssigkeit mit einer Gefäßwand sorgen die Adhäsionskräfte für die Form der Flüssigkeitsoberfläche an der Kontaktstelle. In Abb. 12 sind beide Extremfälle abgebildet. Im Falle einer Wasser/Glas-Grenzfläche beobachtet man, dass der

Flüssigkeitsspiegel (*Meniskus*) eine konkave Form einnimmt. Man spricht in diesem Fall davon, dass die Flüssigkeit die Gefäßwand benetzt. Hier überwiegen die Adhäsionskräfte zwischen Wand und Flüssigkeit die Kohäsionskräfte zwischen den Flüssigkeitsmolekülen. Die Benetzung ist vollständig, wenn die ganze Wand mit einem dünnen Flüssigkeitsfilm bedeckt ist. Im Falle eines Quecksilber/Glas-Kontaktes (Abb. 12 rechts), ist die Form des Meniskus wegen der sehr großen Oberflächenspannung des Quecksilbers konvex. In diesem Fall benetzt die Flüssigkeit die Gefäßwand nicht, weil die Kohäsionskräfte überwiegen. In Wirklichkeit gibt es eine ganze Reihe von Fällen, bei denen es zu einer unvollkommenen Benetzung kommt.

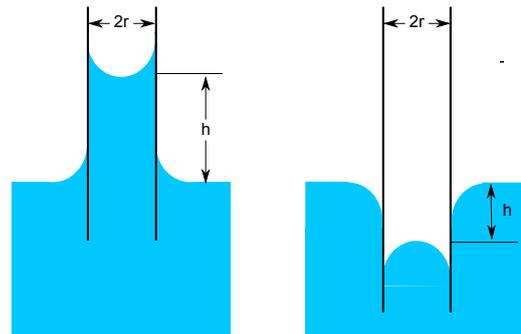


Abb. 13: Kapillaranhebung (links) und -depression (rechts).

Dieses Verhalten von Flüssigkeiten, die Kapillarität, macht sich besonders bemerkbar, wenn die beiden Gefäßwände sehr nah beieinander sind, z. B. bei einer Kapillare. Dann steigt im Falle einer Benetzung die Flüssigkeit im Röhrchen unter der Einwirkung der Oberflächenspannung auf (siehe Abb. 13 links). Im Falle einer Nichtbenetzung ist der Flüssigkeitsspiegel in der Kapillare abgesenkt wie in Abb. 13 rechts illustriert. Die Kapillarität spielt in der Botanik eine große Rolle: Pflanzen wachsen nicht beliebig hoch!

Taucht man also ein enges Röhrchen mit dem Radius  $r$  in eine Flüssigkeit, die seine gesamte innere Oberfläche benetzt, so steigt die Flüssigkeit bis zur Höhe  $h$  an. Im Gleichgewichtszustand muss die Kraft, die die Flüssigkeit aufgrund der Oberflächenspannung  $\sigma$  oben hält, gleich der Gewichtskraft der Flüssigkeit sein. Diese erhält man wieder als Produkt von Volumen, Dichte und Erdbeschleunigung:

$$F_g = mg = V\rho g = \pi r^2 h\rho g \tag{24}$$

Die Hubkraft andererseits ergibt sich aus der Definitionsgleichung für die Oberflächenspannung (Gl. 20) als  $\sigma \cdot$  Länge des Randes, wobei letzterer dem Innenumfang der Kapillaren ( $2\pi r$ ) entspricht. Die Gleichgewichtsbedingung lautet also:

$$\pi r^2 h\rho g = 2\pi r\sigma, \tag{25}$$

woraus für die Steighöhe  $h$  folgt:

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g} \tag{26}$$

Die Steighöhe ist also umgekehrt proportional zum Radius der Kapillare. Deswegen ist dieser Effekt nur bei dünnen Röhren zu beobachten. Mit Hilfe von Gl. 26 kann man die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit leicht bestimmen, indem man die Steighöhe, den Radius der Kapillare und die Dichte dieser Flüssigkeit misst.

**Rechenaufgabe 3:** Berechnen Sie die Steighöhen von Wasser in einem 1 cm dicken Glasrohr und in der Glaskapillare, die im Osmoseteilversuch verwendet wird (Dicke der Kapillare siehe Anhang).

### II.8. Diffusion

Zwei unterschiedliche, aneinander angrenzende, strömungsfreie Flüssigkeiten (Abb. 14a) bleiben nicht getrennt, sondern ein Mischvorgang setzt ein. Die Moleküle beider Flüssigkeiten stoßen infolge der thermischen Bewegung aneinander und beginnen, sich im gesamten Flüssigkeitsvolumen zu verteilen. Diesen Vorgang nennt man **Diffusion**. Dieser Durchmischungsvorgang führt mit der Zeit zu einer gleichmäßigen Verteilung beider Molekülarten im gesamten Volumen (Abb. 14b). Dies geschieht auch bei gleichartigen Lösungen unterschiedlicher Konzentration.

Man kann diesen Vorgang gut sichtbar machen, wenn man gefärbtes und ungefärbtes Wasser sich vermischen lässt.

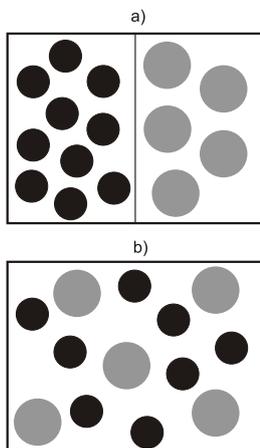


Abb. 14: Diffusion

Die Massenkonzentration  $\beta$  ist die Masse des gelösten Stoffes X pro Volumen:

$$\beta = \frac{m_X}{V} \quad [\beta] = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \tag{27}$$

Unter einem Massenstrom versteht man die transportierte Masse pro Zeit  $\Delta m/\Delta t$ . Dieser ist proportional zum Konzentrationsunterschied  $\Delta\beta$  zwischen zwei unterschiedlichen Orten und umgekehrt proportional zu

deren Abstand  $\Delta x$ . D.h. je größer der Konzentrationsanstieg  $\Delta\beta/\Delta x$  ist, desto größer ist der Strom.

Offenbar ist der Massenstrom proportional zur Querschnittsfläche  $A$ , durch die Moleküle aufgrund des Konzentrationsanstiegs strömen.

Führt man den Diffusionskoeffizienten  $D$  als positiven Proportionalitätsfaktor ein, erhält man das sogenannte **Ficksche Gesetz**:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta\beta}{\Delta x} \tag{28}$$

Aus einem Vergleich der Einheiten folgt  $[D] = \text{m}^2/\text{s}$ . Die Größe des Diffusionskoeffizienten ist ein Maß für die Schnelligkeit des Diffusionsvorganges. Der Diffusionskoeffizient ist abhängig von der Temperatur, dem Druck und der Art der Lösung. Er steigt mit der Temperatur und sinkt mit steigender Molekülmasse der diffundierenden Molekülen.

**Rechenaufgabe 4:** Ein Insekt atmet nicht, sondern der Sauerstoff diffundiert von seiner Oberfläche durch die Tracheen in es hinein. Eine Trachee hat die Länge  $\Delta x = 2 \text{ mm}$  und die Querschnittsfläche  $A = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ . Die Sauerstoffkonzentration in der Luft ist  $\beta_L = 0,14 \text{ mg/cm}^3$ , die im Insekt  $\beta_T$  ist halb so groß wie die außen. Die Diffusionskonstante ist  $D = 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . Wie groß ist der Massenstrom des Sauerstoffs in dieser Trachee?

### II.9. Osmose

Eine Membran, die aufgrund ihrer Porengröße für kleinere Moleküle durchlässig ist, für größere jedoch nicht, nennt man **semipermeabel** (halbdurchlässig).

Werden zwei Lösungen unterschiedlicher Konzentration  $\beta_1 < \beta_2$  durch eine solche Membran getrennt, liegt ein Konzentrationsunterschied  $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$  zwischen den beiden Seiten der Membran der Dicke  $\Delta x$  vor.

Man definiert die **Permeabilität**

$$K_P = \frac{D}{\Delta x} \quad \text{mit} \quad [K_P] = \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{29}$$

Die Permeabilität ist damit ein Maß für die Geschwindigkeit des Diffusionsprozesses durch die Membran.

In der geschilderten Situation kann das Lösungsmittel (schwarze Kugeln) die semipermeable Membran passieren, die gelösten Moleküle (graue Kugeln) aufgrund ihrer Größe jedoch nicht. Das Lösungsmittel auf der linken Seite hat die niedrigere Konzentration  $\beta_1$  an grauen Kugeln (im Beispiel  $\beta_1 = 0$ ) und beginnt, auf die rechte Seite zu diffundieren. Dort gruppieren sich die Moleküle des Lösungsmittels durch elektrische Bindungskräfte um die gelösten Moleküle – die Konzentration auf der rechten Seite  $\beta_2$  wird erniedrigt. Diesen Vorgang nennt man **Osmose**.

In Abb. 15a ist links reines Lösungsmittel  $\beta_1 = 0$  (keine grauen Kugeln) und rechts eine Lösung der Konzentration  $\beta_2 > 0$ . Um die stärker konzentrierte Lösung zu verdünnen, diffundieren Moleküle des Lösungsmittels von links nach rechts, wodurch in der rechten Kammer ein Überdruck entsteht (Abb. 15b). Der entstehende Überdruck wirkt der Diffusion entgegen, wodurch

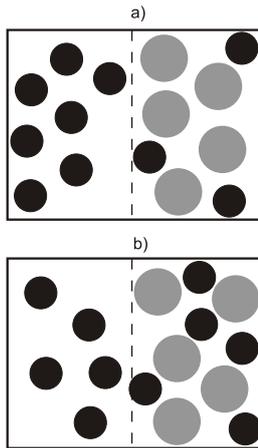


Abb. 15: Diffusion durch eine semipermeable Membran.

sich nach einiger Zeit ein Gleichgewicht einstellt. Den Druck, welcher notwendig ist, um die Diffusion zu stoppen, bezeichnet man als **osmotischen Druck**  $P_{\text{osm}}$ .

Allgemein diffundiert das Lösungsmittel immer von der **hypotonen** (geringere Konzentration) zu der **hypertonen** (höhere Konzentration) Lösung. Ist die Konzentration auf beiden Seiten der Membran gleich, liegen **isotone** Lösungen vor.

Wendet man das Ficksche Gesetz auf die Osmose an, entfällt das Minuszeichen, weil das Lösungsmittel in Richtung des Konzentrationsanstiegs strömt.

#### Beispiele:

Im Extra- und Intrazellulärraum von Nervenzellen liegen verschiedene Ionenarten in jeweils unterschiedlicher Konzentration vor. Da im jeweiligen Raum zu jedem Ion auch ein Ion mit umgekehrter Ladung vorliegt, sind die Bereiche zunächst jeweils elektrisch neutral. Die Zellmembran besitzt eine für die jeweiligen Ionenarten unterschiedliche Permeabilität, weshalb z.B.  $K^+$ ,  $Na^+$ ,  $Cl^-$  und andere Ionenarten immer getrennt voneinander betrachtet werden müssen. Aufgrund des Konzentrationsunterschiedes diffundiert nun eine Ionenart durch die Zellmembran, während andere Ionen von der Membran nicht durchgelassen werden (vgl. Lösungsmittel und gelöste Moleküle in Abb. 15b). Aufgrund des Diffusionsstromes entsteht ein Ladungsunterschied zwischen Extra- und Intrazellulärraum. Durch den Anstieg der Ladungen auf einer Seite der Membran treten dort abstoßende elektrische Kräfte und damit eine rücktreibende Kraft auf. Dadurch wird der Diffusionsstrom der Ionen begrenzt und der Ladungsunterschied an der Membran erreicht einen Grenzwert. Dieser kann als Spannung gemessen und über die Nernst-Gleichung berechnet werden (vgl. SIG, ZEL). Die dafür gängige Bezeichnung „Membranpotential“ ist allerdings physikalisch nicht korrekt, da es sich bei einer Spannung immer um eine Potentialdifferenz handelt. Korrekterweise müsste man den Begriff „Membranpotentialdifferenz“ verwenden.

Öffnen sich nun die Ionenkanäle einer solchen Membran, so ändert sich schlagartig die Permeabilität für die verschiedenen Ionenarten und es kommt zur Bildung eines „Aktionspotentials“, da sich die Potentialdifferenz an der Membran sehr schnell ändert.

In der Pharmazie nutzt man Osmose, um zeitverzögerte (re-

tarded) Tabletten zu fertigen. Der Wirkstoff ist von einer semipermeablen Membran umgeben. Durch diese dringt Wasser ein und drückt den Wirkstoff durch kleine Öffnungen in der Membranhaut. Da dieser Vorgang langsam abläuft, wird der Wirkstoff über einen längeren Zeitraum gleichmäßig abgegeben. Auch Infusionslösungen müssen genau gemischt werden. Würde man eine hypertonen, also zu hoch konzentrierte Lösung verwenden, würden die Zellen schrumpfen, da Wasser aus den Zellen hinausdiffundiert, um die Lösung zu verdünnen. Trinkt man Meerwasser, „vertrocknet“ man deswegen innerlich. Eine hypotone Lösung hat ein Aufquellen der Zelle zur Folge. Dies kann bis zum Platzen der Zellen führen (Hämolyse).

Semipermeable Membranen können auch als Filter verwendet werden: Bei der Umkehrosmose wird eine Lösung durch eine Membran gepresst und bestimmte große Moleküle werden dabei herausgefiltert. Dadurch kann Wasser wiederaufbereitet und Meerwasser entsalzt werden. Mit dem gleichen Prinzip wird bei der Dialyse Blut gereinigt, sowohl in unserer Niere, als auch in der Dialysestation. Aber auch die Herstellung von alkoholfreiem Bier verläuft ähnlich. Anstatt wie früher den Gärvorgang abzubrechen, filtert man die großen Alkoholmoleküle auf osmotischem Wege einfach heraus.

Die Pflanzenwelt bedient sich bei der Wasseraufnahme ebenfalls der Osmose. Durch Einlagerung von Mineralien im Wurzelwerk wird Wasser aus dem Boden angesaugt. Dieser osmotische Druck ist so groß, dass er einen Teil des Wassertransportes in das Blätterdach übernimmt.

Seit einigen Jahren wird intensiv daran geforscht, Osmose als regenerative Energiequelle zu verwenden. Mündet ein Fluss ins Meer, hat man beliebig große Mengen von Lösung (Salzwasser) und Lösungsmittel (Süßwasser) zur Verfügung. Mit dem osmotischen Druck kann eine Turbine zur Stromerzeugung angetrieben werden. Probleme bereitet derzeit noch die Produktion der Membranen. Man war jedoch zuversichtlich, bis 2015 mit einem finanziell rentablen Prototypen ans Netz gehen zu können. Der niedrige Ölpreis hat aber diese Pläne stark verzögert.

### III. TECHNISCHE GRUNDLAGEN

#### III.1. Kugelfallviskosimeter

Den in Abb. 16 gezeigten Messaufbau nennt man *Kugelfallviskosimeter*. In einer Flüssigkeit sinken Kugeln mit konstanter Geschwindigkeit, wenn sich Schwerkraft, Auftriebs- und Reibungskraft gerade kompensieren. Nachdem sich die konstante Sinkgeschwindigkeit eingestellt hat, lässt sie sich durch eine Weg-/Zeit-Messung bestimmen. Aus dem Kugelradius und den Dichten von Kugel und Flüssigkeit kann die Viskosität mittels Gl. (14) berechnet werden.

Dabei kann der Kugeldurchmesser  $2r$  direkt mit dem Schraubenmikrometer bestimmt werden.

##### 1. Schraubenmikrometer

Die zu vermessende Probe wird zwischen die beiden Hartmetallplatten geklemmt (vgl. Abb. 17). Ihre Dicke  $d$

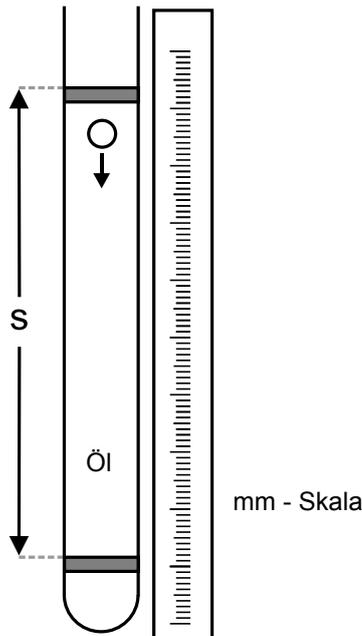


Abb. 16: Kugelfallviskosimeter.

kann auf der waagerechten Millimeterskala grob abgelesen werden (im Bild ist  $d > 2,5$  mm). Die Feinablesung erfolgt mit Hilfe der Skala auf der drehbaren Trommel. Sie ist in 50 Teile geteilt. Da der Vorschub bei einer Umdrehung 0,5 mm beträgt, haben zwei benachbarte Skalenstriche den Abstand 0,01 mm. Im Bild wird also  $d = 2,98$  mm abgelesen.

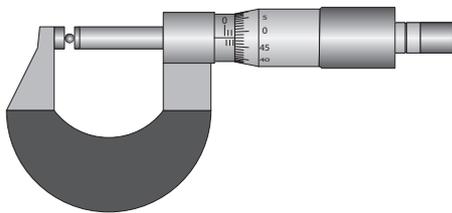


Abb. 17: Schraubenmikrometer.

## 2. Aräometer

Die Flüssigkeitsdichte wird mit einem sogenannten *Aräometer* gemessen (Abb. 18).

Ein Senkkörper (S), dessen Dichte kleiner ist als die der Flüssigkeit (F1), schwimmt darin. Er taucht so weit ein, bis die Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit mit der des Körpers übereinstimmt (Archimedisches Prinzip). Dann gilt

$$m_S g = m_{F1} g = \rho_{F1} V_{F1} g. \quad (30)$$

Kennt man die Masse  $m_S$  des Senkkörpers, so läßt sich aus dem verdrängten Flüssigkeitsvolumen  $V_{F1}$  die Dichte



Abb. 18: Aräometer.

te  $\rho_{F1}$  der Flüssigkeit berechnen:

$$\rho_{F1} = \frac{m_S}{V_{F1}}. \quad (31)$$

Auf dem Aräometer ist eine auf die Dichte geeichte Skala angebracht, so dass an der Flüssigkeitsoberfläche die Dichte direkt in  $g/cm^3$  abgelesen werden kann.

**Rechenaufgabe 5:** Ein Eichenstamm der Dichte  $\rho_E = 670 \text{ kg/m}^3$  schwimmt auf Wasser. Wie groß ist der relative Volumenanteil  $\alpha$  des Stammes, der sich unter der Wasseroberfläche befindet?

**Lösung:** Das Volumen des Stammes  $V_{\text{tauch}}$  der in das Wasser eingetaucht ist, ist gleich dem Volumen der verdrängten Flüssigkeit  $V_W$ . Es wird also

$$\alpha = \frac{V_W}{V_E}$$

gesucht, wobei  $V_E$  das Volumen des Eichenstammes ist.

Das Gewicht (d. h. die Gewichtskraft) des Holzes muss gleich dem Gewicht des verdrängten Wassers sein (vgl. Gl. 30). D.h.

$$m_E g = m_W g.$$

Aus der Definitionsgleichung für die Dichte (31) bekommt man für die Massen:

$$m_E = \rho_E V_E$$

und

$$m_W = \rho_W V_W.$$

Nach Einsetzen in die erste Gleichung und kürzen von  $g$  erhält man

$$\rho_E V_E = \rho_W V_W$$

oder

$$\alpha = \frac{V_W}{V_E} = \frac{\rho_E}{\rho_W}.$$

Setzen wir jetzt die Zahlen ein. Für die Wasserdichte  $\rho_W$  wissen wir aus dem Anhang, dass  $\rho_W = 1,0 \text{ g/cm}^3$  ist. Daraus folgt:

$$\alpha = \frac{670 \text{ kg/m}^3}{1,0 \text{ g/cm}^3}.$$

Jetzt müssen SI-Einheiten verwendet werden:

$$\alpha = \frac{670 \text{ kg/m}^3}{1,0 \cdot (1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}) / (1 \cdot 10^{-2} \text{ m})^3} = \frac{670 \text{ kg/m}^3}{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}$$

Die Einheiten kann man kürzen und durch Ausrechnen kommt man zum vorläufigen Ergebnis:

$$\alpha = 0,670.$$

Zum Schluß muss die Anzahl der signifikanten Stellen des Ergebnisses an die Angaben angepasst werden.  $\rho_E = 670 \text{ kg/m}^3$  hat drei und  $\rho_W = 1,0 \text{ g/cm}^3$  hat zwei signifikante Stellen. D.h. das Ergebnis muss mit zwei signifikanten Stellen angegeben werden, nämlich:

$$\alpha = 0,67.$$

### III.2. Kapillarviskosimeter

Im zweiten Teilversuch werden Sie das Hagen-Poiseuillesche Gesetz verwenden, um die Viskosität von Wasser zu bestimmen. Dazu wird das in Abb. 19 skizzierte Kapillarviskosimeter verwendet: Aus einem Vorratsrohr im Bild links (dies entspricht der hohen Wassersäule) strömt die Flüssigkeit durch eine Kapillare in den Auslauf, der Tropfenbildung beim Auslaufen verhindert. Tropfenbildung würde zusätzlich Energie erfordern und das Messergebnis verfälschen. Die Kapillare befindet sich in einem Wasserbad, dessen Temperatur  $T$  direkt abgelesen werden kann – die Viskosität ist temperaturabhäng. Den Druckunterschied  $\Delta p$  gewinnt man aus der Differenz der Flüssigkeitsspiegel  $\Delta h = h - h_0$  nach Gl. (17).

Durch Messung des Volumenstroms  $\Delta V/\Delta t$  bei konstanter Druckdifferenz  $\Delta p$  lässt sich nach Gl. (16) die Viskosität von Wasser berechnen, wenn die Länge  $L$  und der Radius  $r$  der Kapillare bekannt sind.

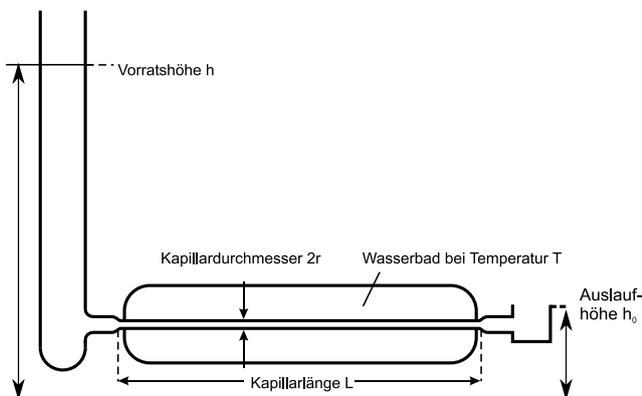


Abb. 19: Kapillarviskosimeter.

#### Wägung

Die Anzeige kann bei Bedarf vor der Wägung durch Drücken der Tara-Taste auf 0 gesetzt werden. Das geht auch, wenn sich Leergut auf der Waagschale befindet. Dann wird das Wägegut aufgelegt und die sich einstellende Anzeige abgelesen.

### III.3. Abreißmethode zur Bestimmung der Oberflächenspannung

Zur Messung der Oberflächenspannung von Wasser wird eine Anordnung verwendet, wie sie in Abb. 20 darge-

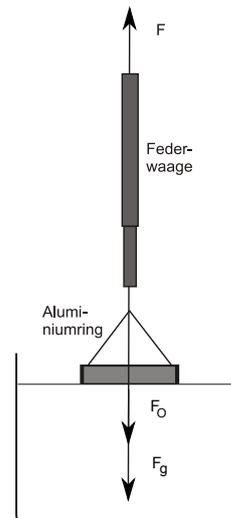


Abb. 20: Prinzip der Abreißmethode.

stellt ist. An einer Federwaage, welche die Zugkraft anzeigt, hängt ein dünner Aluminiumring, der in die Flüssigkeit eingetaucht und dann langsam herausgezogen wird. Es bildet sich eine Flüssigkeitslamelle. Gemessen wird die (maximale) Kraft  $F$ , bei der die Flüssigkeitslamelle reißt.

Die zur Bestimmung der Oberflächenspannung benötigte Kraft  $F_0$  ( $O = \text{Oberfläche}$ ) ergibt sich aus der Messung wie folgt:

$$F = F_0 + F_g .$$

Hierbei ist  $F_g$  die Gewichtskraft des Aluminiumrings. Damit und aus Gl. (20) folgt für die Oberflächenspannung:

$$\sigma = \frac{F_0}{2L} = \frac{F - F_g}{2L} . \tag{32}$$

Der Faktor 2 im Nenner bei Gl. (32) resultiert aus der Tatsache, dass die Kraft an beiden Rändern des Ringes, nämlich innen und außen, angreift. Die Länge  $L$  ist gegeben durch den Umfang des Aluminiumringes:  $L = 2\pi \cdot r$ . Dabei kann der Innendurchmesser  $2r$  direkt mit dem Messschieber bestimmt werden.

### III.4. Messschieber

Eine größere Messgenauigkeit und ein bequemes Messen wird mit dem Messschieber (der Schieblehre) erreicht. Gemessen werden können der Außendurchmesser von Körpern, der Innendurchmesser und die Tiefe von Hohlräumen.

Abgelesen werden zunächst die ganzen Millimeter links vom Nullstrich der Noniusskala. Der Millimeterbruchteil ergibt sich aus der Nummer des Strichs der Noniusskala, der mit einem Strich der Millimeterskala übereinstimmt. Heute gibt es eine Vielzahl von Noniusarten, ursprünglich bestand der Nonius aber aus 10 Teilen mit einer Gesamtlänge von 9 mm. Jeder seiner Skalenstri-

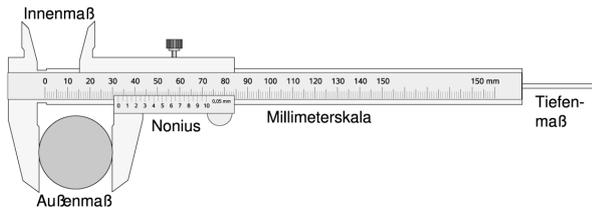


Abb. 21: Messschieber.

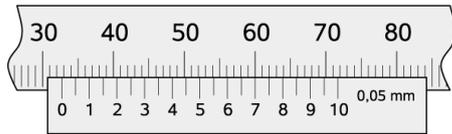


Abb. 22: Ablesung mit der Noniusskala.

che bleibt also gegenüber der Millimeterskala um 0,1 mm zurück, bis der vorhandene Millimeterbruchteil aufgebraucht ist. Dann liegen zwei Striche beider Skalen an der selben Stelle. Dort wird die Zahl der Zehntel-Millimeter abgelesen. Zur Verdeutlichung ist der Bereich der Noniusskala auf dem Messschieber von Abb. 21 in Abb. 22 vergrößert dargestellt. Dort ist die 0 der Noniusskala zwischen 32 und 33, die 7 auf der Noniusskala trifft exakt die 60 auf der Messskala. Das Ergebnis der dargestellten Messung ist 32,7 mm.

Durch eine größere Gesamtlänge der Noniusskala (39 mm in Abb. 22) wird eine deutlichere Ablesung und eine bessere Auflösung erzielt.

III.5. Kraftmessung

Wenn die Flüssigkeit Wasser ist, zieht ein Ring mit einem Durchmesser von 60 mm an etwa einer Milliarde Wassermolekülen. Diese Kraft ist groß genug, um ohne optische oder elektronische Hilfsmittel gemessen werden zu können.

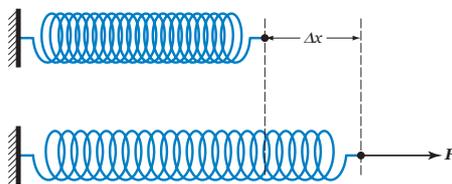


Abb. 23: Schraubenfeder mit und ohne angreifender Kraft.

Die Messung erfolgt mit Hilfe einer Schraubenfeder (Abb. 23), die durch die angreifende Kraft  $F$  gedehnt wird und deren Dehnung  $\Delta x$  nach dem Hookeschen Gesetz proportional zu  $F$  ist:

$$F = -k\Delta x \tag{33}$$

Wenn die Rückstellkonstante (Federhärte)  $k$  der Feder bekannt ist, kann  $F$  aus dem Messwert  $\Delta x$  der Dehnung

nach Gl. 33 berechnet werden. Bei den gebräuchlichen Federwaagen ist die Dehnungsskala bereits in der Kraft-einheit Newton kalibriert.

III.6. Osmometer

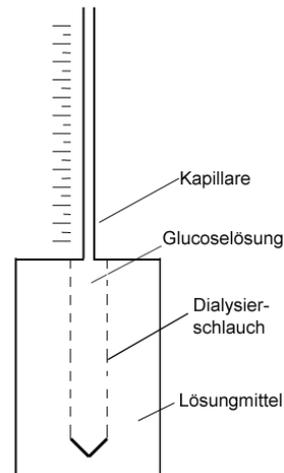


Abb. 24: Versuchsaufbau zur Osmose.

Ein mit Glucoselösung der Konzentration  $\beta$  gefüllter Dialysierschlauch (Membran) wird in Lösungsmittel (im Teilversuch 4 ist dies Wasser) eingetaucht (Abb. 24). Um die Glucoselösung zu verdünnen, diffundieren Wassermoleküle durch den Dialysierschlauch. Der osmotische Druck in der Lösung steigt. Da Wasser inkompressibel ist, wird durch die zusätzlichen Wassermoleküle das Volumen der Lösung vergrößert. Dadurch ändert sich mit dem Volumen  $V$  zwar die Konzentration  $\beta$ , jedoch kann diese Änderung verglichen mit dem Gesamtvolumen der Lösung vernachlässigt werden. Über die Steighöhe  $h$ , die an der Kapillare abgelesen wird, lässt sich die Volumenänderung  $\Delta V$  pro Zeit  $\Delta t$  und damit über die Dichte  $\rho$  die zeitliche Massenänderung  $\Delta m / \Delta t$  ermitteln.

Die Abmessungen der Membran können mit dem Messschieber ermittelt werden.

IV. VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

IV.1. Kugelfallviskosimeter

1. Kurzbeschreibung

Bestimmen Sie die Viskosität von Öl (mitsamt Unsicherheit) mit dem dicken Rohr des Kugelfallviskosimeters durch dreimalige Messung der Fallzeit. Vergleichen Sie damit den Fall einer Kugel im dünnen Rohr (eine Messung).



Abb. 25: Versuchsaufbau und Zubehör zum Teilversuch IV IV.1.



Abb. 26: Fallende Kugel im Kugelfallviskosimeter.

## 2. Messgrößen

- Durchmesser  $2r$  einer Versuchskugel und Schätzung der Messgenauigkeit  $\Delta 2r$
- Fallstrecke  $s$
- Fallzeit  $t$
- Dichte  $\rho_{\text{Öl}}$  von Öl
- Temperatur  $T$  im Aräometer
- Fallzeit der fallenden Kugel im dünnen Rohr

## 3. Durchführung

Das Viskosimeter sollte senkrecht stehen. Die verwendeten Stahlkugeln von etwa einem Millimeter Durchmesser sollten mit Ethanol gereinigt und trocken sein. Zum Einbringen der Kugeln hat der weiße Deckel des Rohres einen kleinen Trichter, damit sie mittig nach unten sinken. Aus Sicherheitsgründen sind nur die Rollhocker als Steighilfe zu verwenden – **nicht die Drehstühle!** Man muss ausprobieren, ab welcher Höhe die Kugeln mit konstanter Geschwindigkeit fallen. Mithilfe der Skala neben dem verstellbaren oberen schwarzen Ring, die den Abstand der Oberkanten der beiden Ringe angibt, wird die Fallstrecke festgelegt.<sup>2</sup>

Entspricht die Temperatur im Aräometer der in Ihrem Versuchsaufbau? Welche Folge hat dies bei der Auswertung?

<sup>2</sup> Hilfsvideo: <https://www.youtube.com/watch?v=cHxoBhf73hg>

## IV.2. Kapillarviskosimeter

### 1. Kurzbeschreibung

Bestimmen Sie die Viskosität von Wasser (mitsamt Unsicherheit) mit Hilfe des Kapillarviskosimeters. Messen Sie bei **zwei** verschiedenen Druckdifferenzen zwischen den Kapillarenden, d.h. bei zwei unterschiedlichen Pegeln im Vorratsrohr.

### 2. Messgrößen

- Massen der kleinen Spritzflasche vor der Messung  $m_{\text{vor}}$  und danach  $m_{\text{nach}}$
- Pegel  $h$  im Vorratsrohr und Auslaufhöhe  $h_0$
- Temperatur  $T$  des Wasserbades
- Messzeit  $t$

### 3. Durchführung

Es wird nur vollentsalztes Wasser (VE-Wasser) verwendet. Zu Beginn sollte das Gefäß unter dem Auslauf leer sein. Füllen Sie das Vorratsrohr zunächst bis oben und füllen Sie so lange nach, bis die Kapillare durchgespült ist und das Wasser gleichmäßig und blasenfrei hindurch strömt. Eventuell muss dazu mit der *Wasserstrahlpumpe* das Viskosimeter geleert werden.

Die Messung wird etwa fünf Minuten lang bei einem gut sichtbaren Wert von etwa vierzig auf der Skala durchgeführt. Mit der *Justiernadel* läßt sich die Auslaufhöhe auf einen Millimeter genau messen. Halten Sie während der



Abb. 27: Aufbau und Zubehör zum Teilversuch IV IV.2.

Messung den Wasserpegel mit der kleinen Spritzflasche permanent konstant. Die zweite Messung des durchfließenden Wasservolumens erfolgt bei circa zehn Zentimeter niedrigerem Wasserpegel.

Welche Konsequenz hätte es, wenn der Pegel im Vorratsgefäß während einer Messung merklich sinken würde?

Hinweis: Schweredruck.

### IV.3. Bestimmung der Oberflächenspannung von Wasser nach der Abreißmethode

#### 1. Kurzbeschreibung

Bestimmen Sie die Oberflächenspannung von Wasser (mitsamt Unsicherheit) mit Hilfe der Federwaage. Wenden Sie die Abreißmethode an, indem Sie **fünf** Mal die Kraft beim Abreißen der Flüssigkeitslamelle messen.

#### 2. Messgrößen

- (Innen-)Durchmesser  $2r$  des Ringes mit Unsicherheit  $\Delta 2r$
- Gewichtskraft  $F_g$  des trockenen Alurings inklusive Aufhängung in Luft mit Messunsicherheit  $\Delta F_g$
- (maximale) Zugkraft  $F$  mit Messunsicherheit  $\Delta F$

#### 3. Durchführung

Beim Ring müssen mögliche Abweichungen von der Kreisform berücksichtigt werden (Messen des Durchmessers an verschiedenen Stellen). Die Federwaage ist in Newton geeicht. Es wird nur VE-Wasser verwendet. Da bereits geringe Fett- oder Seifenspuren die Oberflächenspannung verändern, muss der Ring mit Ethanol und danach mit Wasser gesäubert sein. Während des Versuchs sollte der Ring möglichst waagrecht über



Abb. 28: Aufbau und Zubehör zum Teilversuch IV IV.3.

der Wasseroberfläche hängen. Vermeiden Sie eine erneute Verschmutzung des Ringes durch Berühren. Mit dem *Grob-/Feintrieb* lässt sich der Ring kontrolliert nach oben ziehen. Der maximale Zugkraftwert  $F$  ist beim Abriss der Flüssigkeitslamelle zwischen Ring und Wasseroberfläche erreicht.

Warum sollte man  $F_g$  nicht am Ende des Versuchs messen?<sup>3</sup>

### IV.4. Gefäßdiagnostik mit Ultraschall, Angiologie (freiwillig)

#### 1. Kurzbeschreibung

Dieser Versuch vermittelt die Durchführung von Blutflussuntersuchungen mit Hilfe des Ultraschall-Doppler-Verfahrens. An einem realistischen Armmodell werden die Unterschiede zwischen kontinuierlichem und pulsatilem Fluss dargestellt. Ferner wird der Einfluss einer Stenose (Verengung) auf den Blutfluss untersucht. Die theoretischen Grundlagen finden Sie in der Anleitung des Versuchs SON (Sonographie).

#### 2. Messgrößen

- Ausdrücke des kontinuierlichen Flusses, des pulsatilem Flusses und des Flusses an der Stenose

<sup>3</sup> Hilfsvideo: <https://videoportal.uni-freiburg.de/video/B-351-messung-der-oberflachenspannung/7d6d5a0a80528350aad1e485ca3f7b>

## 3. Durchführung

Als Erstes muss überprüft werden, ob sich im Kreislauf noch genügend Flüssigkeit befindet (bis ca. zur Hälfte des Einfüllrohres).

Starten Sie den Computer und melden Sie sich unter **Student** an. Starten Sie dann die Software FlowView am Computer (zum Programm FlowView siehe Manual **M7**).

Schließen Sie die 2 MHz-Sonde an das Ultraschallgerät an der Sondenanschlussbuchse an und schalten Sie das Gerät ein (M2).

Stellen Sie den Regler für die Empfangsverstärkung auf ca. 30 dB ein. (M2). Schalten Sie anschließend die Pumpe ein und lassen diese im Mode M0 auf etwa 4000 Umdrehungen/min (zur Pumpen-Bedienung siehe Manual **M1**) einige Sekunden laufen, um den Satz vom Schlauchboden aufzulösen und somit eine hinreichende Vermischung der Dopplerflüssigkeit zu erreichen. Es ist hilfreich, den Schlauch ein paar mal hin und her zu drehen und zu drücken.

Anschließend wird die Pumpengeschwindigkeit auf circa 3000 Umdrehungen/min reduziert und etwas Koppelgel auf die Sonde aufgebracht. Es werden nun Signale sichtbar. Aktivieren Sie im Programm FlowView das "time course"-Fenster und scannen Sie das Armmodell nach einem Gefäß mit signifikantem Audiosignal ab (zum Programm FlowView siehe Manual **M3**). Nach der Messung speichern Sie das Bild ab und drucken dieses anschließend aus. Drehen Sie die Sonde danach um 180° und beobachten Sie die Veränderung. Anschließend scannen Sie den Arm in der Mitte der Unterseite nach der Stenose ab. Speichern Sie auch dieses Bild ab und drucken es anschließend aus. Als Letztes stellen Sie die Pumpe auf Mode M2, M3 oder M4 und nehmen das Bild erneut auf. Nach dem Beenden der Messung bitte den Arm und die Sonde rückstandslos von Gelresten befreien!

## IV.5. Osmometer

## 1. Kurzbeschreibung

Sie bestimmen die Permeabilität einer semipermeablen Membran. Daraus ermitteln Sie die mittlere Zeit, die ein Wassermolekül zum Passieren der Membran benötigt.

## 2. Messgrößen

- Höhe  $h_M$  und Durchmesser  $2r_M$  des aktiven Membranbereichs
- Massenverhältnis Ihrer Glucoselösung
- Beobachtung des Höhenanstiegs vor Messbeginn
- Messtabelle mit Steighöhen  $h_i$  und Zeiten  $t_i$

## 3. Durchführung

Bitte verwenden Sie nur vollentsalztes Wasser (VE-Wasser). Um Reagenzglas und Kapillare aus dem Aufbau entnehmen zu können, lockern Sie zunächst die beiden Schrauben. Zum Entfernen von Glucoseresten spülen Sie die Kapillare mit der Spritzflasche über dem Waschbecken gründlich durch und entfernen anschließend Wasserreste mit dem Blasebalg. In einem kleinen Probenglas wird aus etwa vier Gramm Glucose und vierzig Gramm Wasser eine Glucoselösung hergestellt. Das Massenverhältnis sollte möglichst genau 1:10 betragen! Jetzt müssen Sie den Dialysierschlauchaufbau zusammenbauen. Den Dialysierschlauch erhalten Sie von Ihrem Betreuer. Zuerst müssen Sie den Dialysierschlauch in Wasser eintauchen, um ihn zu öffnen. Benutzen Sie dafür die weiße Schale. Befestigen Sie den Dialysierschlauch auf beiden weißen Teflonhalterungen mit Hilfe zweier O-Ringe. Passen Sie auf, dass die O-Ringe in den Kerben liegen.

Das Reagenzglas wird bis zur oberen schwarzen Halterung mit Wasser und der Dialysierschlauchaufbau bis ca. 3 mm unterhalb des Randes mit der Glucoselösung gefüllt. Der Dialysierschlauchaufbau wird mit dem kleinen Gummipfropfen der Kapillare **fest** verschlossen, dieser Aufbau **langsam** in das Reagenzglas gesenkt und dieses mit dem dicken Gummipfropfen der Kapillare verschlossen. (Beide Gummipfropfen sind auf der Kapillare montiert.) Nun wird das Reagenzglas wieder mit den Schrauben am Aufbau befestigt und die Kapillare an der Messkala fixiert. Bitte verschließen Sie das Gefäß mit der Glucoselösung und stellen Sie es beiseite.

Nachdem Sie den Versuch aufgebaut haben, sollten Sie einige Minuten warten, bis die Flüssigkeit in der Kapillare mit konstanter Geschwindigkeit steigt. Messen Sie nun in Intervallen von einer Minute mindestens zehnmal die Steighöhe.<sup>4</sup>

Nach Ende der Messung werden die Flüssigkeiten im Waschbecken entsorgt und Kapillare und Dialysierschlauchaufbau wie zu Beginn gereinigt.

**Sollten Sie Wasser oder Glucoselösung verschüttet haben, reinigen Sie bitte den Tisch und den Aufbau!**

## V. AUSWERTUNG

## V.1. Kugelfallviskosimeter

- Berechnen Sie den Mittelwert  $\bar{t}$  für die gemessenen Fallzeiten der Kugeln und schätzen Sie die Unsicherheit  $\Delta t = (t_{\max} - t_{\min})/2$  ab. Berechnen Sie die mittlere Fallgeschwindigkeit  $\bar{v}$ .

<sup>4</sup> Hilfsvideo: <https://www.youtube.com/watch?v=AbwRn2NnEck>

- Vergleichen Sie  $\bar{t}$  mit der Fallzeit der Kugel im dünnen Rohr. Erklären Sie Ihre Beobachtung.
- Berechnen Sie schließlich die Viskosität  $\eta$  von Öl gemäß Gl. (14).
- Bestimmen Sie die Unsicherheit  $\Delta\eta$  (Details finden Sie in „AMW - Auswertung von Messwerten“): Die relative Messunsicherheit eines Produktes oder Quotienten ist gleich der Summe der relativen Messunsicherheiten der Messwerte. Da  $v \propto 1/t$  ist und  $r$  in Gl. (14) quadratisch auftritt, ergibt sich unter der Annahme, dass  $t$  und  $r$  die einzigen fehlerbehafteten Größen sind, die relative Messunsicherheit von  $\eta$  wie folgt:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta t}{t} + 2 \cdot \frac{\Delta r}{r} .$$

- Diskutieren Sie Ihr Ergebnis. Vergleichen Sie es mit dem Literaturwert (Abb. 29) im Anhang und berücksichtigen Sie eventuelle systematische Messunsicherheiten beim Ablesen des Literaturwertes.

### V.2. Kapillarviskosimeter

- Berechnen Sie mit Gl. (17) die jeweiligen Druckdifferenzen aus den Höhendifferenzen  $\Delta h$ .
- Berechnen Sie die durchgeflossenen Wasservolumina aus den verwendeten Wassermassen  $\Delta m$  über die Dichte.
- Berechnen Sie mit Gl. (9) für beide Messungen jeweils die mittlere Geschwindigkeit des Wassers beim Verlassen der Kapillare.
- Lösen Sie Gl. (16) nach  $\eta$  auf und berechnen Sie für beide Messungen jeweils die Viskosität von Wasser. Die Abmessungen der Kapillare (siehe Abb. 19) entnehmen Sie dem Anhang.
- Berechnen Sie abschließend den Mittelwert mit Messunsicherheit aus Ihren beiden Ergebnissen für  $\eta$  und vergleichen Sie diesen mit dem Literaturwert.

### V.3. Bestimmung der Oberflächenspannung von Wasser nach der Abreißmethode

- Berechnen Sie mit Gl. (32) die Oberflächenspannung  $\sigma$  von Wasser. Verwenden Sie dazu die Mittelwerte für  $2r$  und  $F$ .
- Für die Berechnung von  $\Delta\sigma = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$  verwenden Sie die extremalen Werte für  $F$ ,  $F_g$  und  $r$ . Überlegen Sie gut, wann Sie den maximalen bzw. den minimalen Wert einsetzen müssen.
- Diskutieren Sie Ihr Ergebnis – vergleichen Sie es mit dem Literaturwert.

### V.4. Gefäßdiagnostik mit Ultraschall, Angiologie (freiwillig)

- Vergleichen Sie die Ausdrücke des Flusses an einer normalen Stelle und an der Stenose.
- Berechnen Sie aus dem Bild des pulsatilen Flusses die “Herzfrequenz“ (Schläge pro Minute).

### V.5. Osmometer

- Tragen Sie die Steighöhe  $h$  gegen die Zeit  $t$  auf und bestimmen Sie aus der Steigung die mittlere Höhenänderung pro Zeit (mitsamt Unsicherheit). Diskutieren Sie eventuelle Knicke im Graphen.
- Berechnen Sie den Massenstrom aus dem Volumen, das in der Kapillare pro Minute hochströmt (vgl. Gl. 5). Der Kapillardurchmesser beträgt  $2r = (1,1 \pm 0,1)$  mm.
- Berechnen Sie die Fläche  $A$  des aktiven Membranbereichs der zylinderförmigen Membran.
- Berechnen Sie die Konzentration Ihrer Lösung und daraus die Permeabilität (mitsamt Unsicherheit) für Ihren Aufbau (vgl. Gl. 28 und Gl. 29).
- Berechnen Sie (ohne Unsicherheit) aus  $K_P \approx \Delta x/t$  die Zeit  $t$ , die ein  $H_2O$ -Molekül benötigt, um die Membran der Dicke  $\Delta x$  zu passieren. Warum ist es wichtig, nach Vorbereitung des Versuchs einige Minuten bis zum Start der Messung zu warten?

## VI. ANHANG

## VI.1. Datenblatt

Tabelle I: Viskosität von Wasser ( $T = 15 \dots 32^\circ\text{C}$ )

$T / ^\circ\text{C}$	15	16	17	18	19	20
$\eta / \text{mPa} \cdot \text{s}$	1,139	1,109	1,081	1,053	1,027	1,002

$T / ^\circ\text{C}$	21	22	23	24	25	26
$\eta / \text{mPa} \cdot \text{s}$	0,978	0,955	0,933	0,911	0,890	0,871

$T / ^\circ\text{C}$	27	28	29	30	31	32
$\eta / \text{mPa} \cdot \text{s}$	0,851	0,833	0,815	0,798	0,781	0,765

**Abmessungen der Kapillare des Kapillarviskosimeters**

- Durchmesser  $2r$  ( $0,80 \pm 0,05$ ) mm
- Länge  $L$  ( $24,0 \pm 0,5$ ) cm

**Abmessungen des Osmometers**

- Kapillardurchmesser  $2r$  ( $1,1 \pm 0,1$ ) mm
- Membrandicke  $\Delta x$  20  $\mu\text{m}$

**Dichte  $\rho$** 

- Wasser 1,0 g/cm<sup>3</sup>
- Stahl 7,9 g/cm<sup>3</sup>

**Oberflächenspannung  $\sigma$  ( $T = 20^\circ\text{C}$ )**

- Ethanol 0,0226 N/m
- Wasser 0,0728 N/m

**Viskosität  $\eta$  ( $T = 20^\circ\text{C}$ )**

- Ethanol 1,19 mPa·s

**Schallgeschwindigkeiten  $c$** 

- Dopplerflüssigkeit  $c_L$  1800 m/s
- Prisma  $c_P$  2700 m/s

**Strömungsröhrendurchmesser  $2r$** 

- Strömungsröhre dick 16 mm
- Strömungsröhre mittel 10 mm
- Strömungsröhre dünn 7 mm

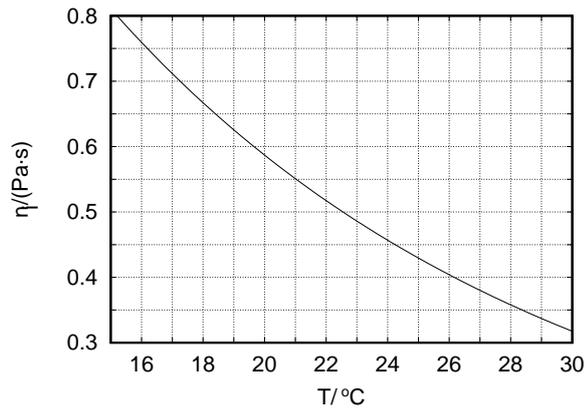


Abb. 29: Viskosität von Öl ( $T = 15 \dots 30^\circ\text{C}$ ).